

שימוש בסימולציה ממוחשבת להסרת מחסומים ויזואליים בהוראת הגיאומטריה במרחב

פאול גורסקי
האוניברסיטה הפתוחה
paulgo@openu.ac.il

מירלה וידר
האוניברסיטה הפתוחה
mirelaw@walla.co.il

Using Computed Simulation to Overcome Visual Obstacles in 3D Geometry Teaching

Mirela Widder
The Open University of Israel

Paul Gorsky
The Open University of Israel

Abstract

The need to visualize 3D geometric configurations from 2D drawings often creates visual obstacles which are unique to spatial geometry (Parzysz, 1988; Kali & Orion, 1996). This research examines the process of learning 3D geometry using computerized visualization tools in accordance with the existing theoretical literature (Fishbein, 1993; Van Hiele, 1986), and by taking into account the different personal spatial abilities possessed by individual students (Gutiérrez, 1996; Arcavi, 2003). A test was composed for the purpose of identifying visual barriers in 3D geometry. We isolated the impact of the participants' spatial abilities on learning by controlling the variable "students' prior knowledge in geometry" in a twofold manner: We (1) administered the Van Hiele geometric levels of reasoning test) Van Hiele, 1986) and (2) selected only students who possessed high levels of geometrical knowledge and reasoning skills. The students took part in personal learning sessions which included solving 3D geometry problems using Cabri 3D software. We counted the number and types of actions carried out by students. We found that individuals, possessing either relatively high or low spatial abilities, used the software tool in different ways in order to overcome visual barriers, thereby minimizing cognitive load and maximizing learning.

Keywords: spatial visualization ability, cognitive load, visual obstacle, 3D geometry.

תקציר

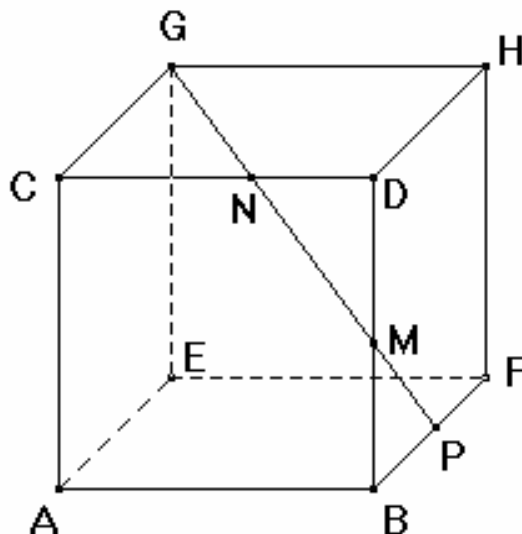
הצורך לראות מצבים גיאומטריים תלת-ממדיים מתוך שרטוטים דו-ממדיים משוטחים מציב בפני לומדים רבים מחסומים וויזואליים ייחודיים למרחב (Parzysz, 1988; Kali & Orion, 1996). מחקר זה בוחן את תהליך הלמידה של גיאומטריה תלת-ממדית באמצעות כלים ממוחשבים לויזואליזציה, הן לנוכח יכולת הוויזואליזציה המרחבית האינדיבידואלית השונה של הלומדים (Tuvi-Arad & Gorsky, 2007), והן לאור הבסיס התיאורטי הקיים (Fishbein, 1993; Van Hiele, 1986). לצורך זה הורכב מבחן לזיהוי קשיים ומחסומים וויזואליים בגיאומטריה במרחב. מתוך כוונה לנטרל עד כמה שאפשר את גורם חוסר הידע הגיאומטרי, הועבר מבחן זה, יחד עם שאלון ואן הילה (Van Hiele, 1986) לבדיקת רמת החשיבה הגיאומטרית, לתלמידים אשר סיימו זה מכבר ללמוד גיאומטריה, ונמצאו בעלי ידע ושליטה בהמשגה הגיאומטרית. התלמידים הוזמנו לראיונות אישיים, אשר כללו פתרון בעיות בגיאומטריה במרחב באמצעות תוכנת Cabri 3D. ממצאי המחקר מצביעים על יכולת

הוויזואליזציה האינדיבידואלית כעל גורם בעל השפעה לא מבוטלת על תהליך הלמידה ועל תפוקותיו. באמצעות ספירה של מספר הפעולות הכללי שעשו הלומדים, ושל סוג הפעולות שביצעו, הראנו כיצד לומדים בעלי יכולות וויזואליזציה שונות במרחב, משתמשים בכלי הממוחשב באופנים שונים על מנת לגבור על מחסומים ויזואליים, למזער עומס קוגניטיבי (Sweller, 1988) וליעל את הלמידה.

מילות מפתח: יכולת וויזואליזציה מרחבית, עומס קוגניטיבי, מחסום ויזואלי, גיאומטריה תלת-ממדית.

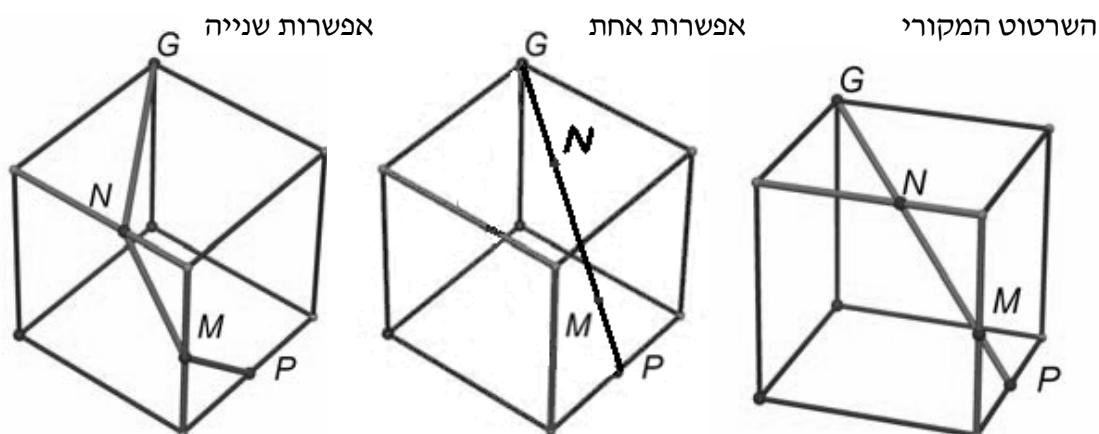
מבוא

ויזואליזציה מרחבית, אף כי הינה חיונית לחשיבה המדעית בכלל, ולחינוך הגיאומטרי בפרט, אין היא קלה כלל וכלל לחלק מן הלומדים. בגיאומטריה במרחב, קיים צורך פרקטי בוויזואליזציה של מצבים גיאומטריים תלת-ממדיים מתוך שרטוטים משוטחים במישור הדו-מימדי של הדף או הלוח. בבסיס רעיון הוויזואליזציה של מצבים גיאומטריים תלת-ממדיים מתוך שרטוטים דו-ממדיים משוטחים מונחת הנחה סמויה כי הראייה והקוגניציה האנושית הינן בעלות יכולות גבוהות של סינתזה ושל זיהוי תבניות, ומאפשרות על כן להשלים בנקל את האינפורמציה החסרה בשרטוט. אולם, הנחה נאיבית זו, הרואה לנגד עיניה לומדים בעלי כישורי חשיבה ויזואלית מפותחים, המסוגלים להפעיל אותם נכונה בשעת הצורך, הוכחה על ידי חוקרים רבים כמוטעית (Kali & Orion, 1996; Parzys, 1988; Yeh & Nason, 2004; Bakó, 2003; Gutiérrez, 1996; Hershkowitz, Parzys & Van Dormolen, 1997; Christou, Pittalis, Mousoulides & Jones, 2005). במצבים גיאומטריים מורכבים, המקשים על החשיבה הדדוקטיבית ועל ההנמקה הפורמאלית, מתקשים לומדים רבים "לחדור" את השרטוטים הדו-ממדיים ולהבנות מהם ייצוגים מנטאליים תלת-ממדיים נכונים (Kali & Orion, 1996). במצב זה נוטים לומדים אלו להשתחרר ממגבלות של הגדרות אבסטרקטיות ושל משפטים פורמאליים, ולהסתמך באופן בלעדי על סממנים צורניים, הניתנים לצפייה חיצונית בשרטוט הדו-ממדי ולהסתמך באופן בלעדי על סממנים צורניים, הניתנים לצפייה חיצונית בשרטוט הדו-ממדי (Dvora & Hadas Hershkowitz & Schwarz, 2000; Mariotti, 1997; Fischbein, 1993; Senk, 1989; Dreyfus, 2004). כמות המידע הניתנת לצפייה בשרטוט דו-ממדי סטאטי נמוכה בהרבה מזו הניתנת לצפייה מתוך סיבוב הגוף במציאות התלת ממדית, והלומד לא תמיד מסוגל להשלימה במוחו (Gutiérrez, 1996), ולעיתים אף אינו מודע כלל לאובדן האינפורמציה במעבר שבין האובייקט המציאותי לציור, והוא מצוי תחת האשליה כי הציור מייצג היטב את האובייקט המציאותי (Parzys, 1988). כפועל יוצא, ניצבים לומדים רבים בפני **מכשול ויזואלי** אשר לא תמיד מודעים הם לקיומו. דוגמא לכך מצאנו במחקרו של באקו (Bakó, 2003): הקובייה שבאיור 1 הוצגה בפני הנבדקים מפורשות כקובייה, ולמרות שלא ממש ניתן לדעת זאת מתוך השרטוט, ציינו רוב רובם של הנבדקים כי הנקודות P , M , N , G נמצאות על ישר אחד.



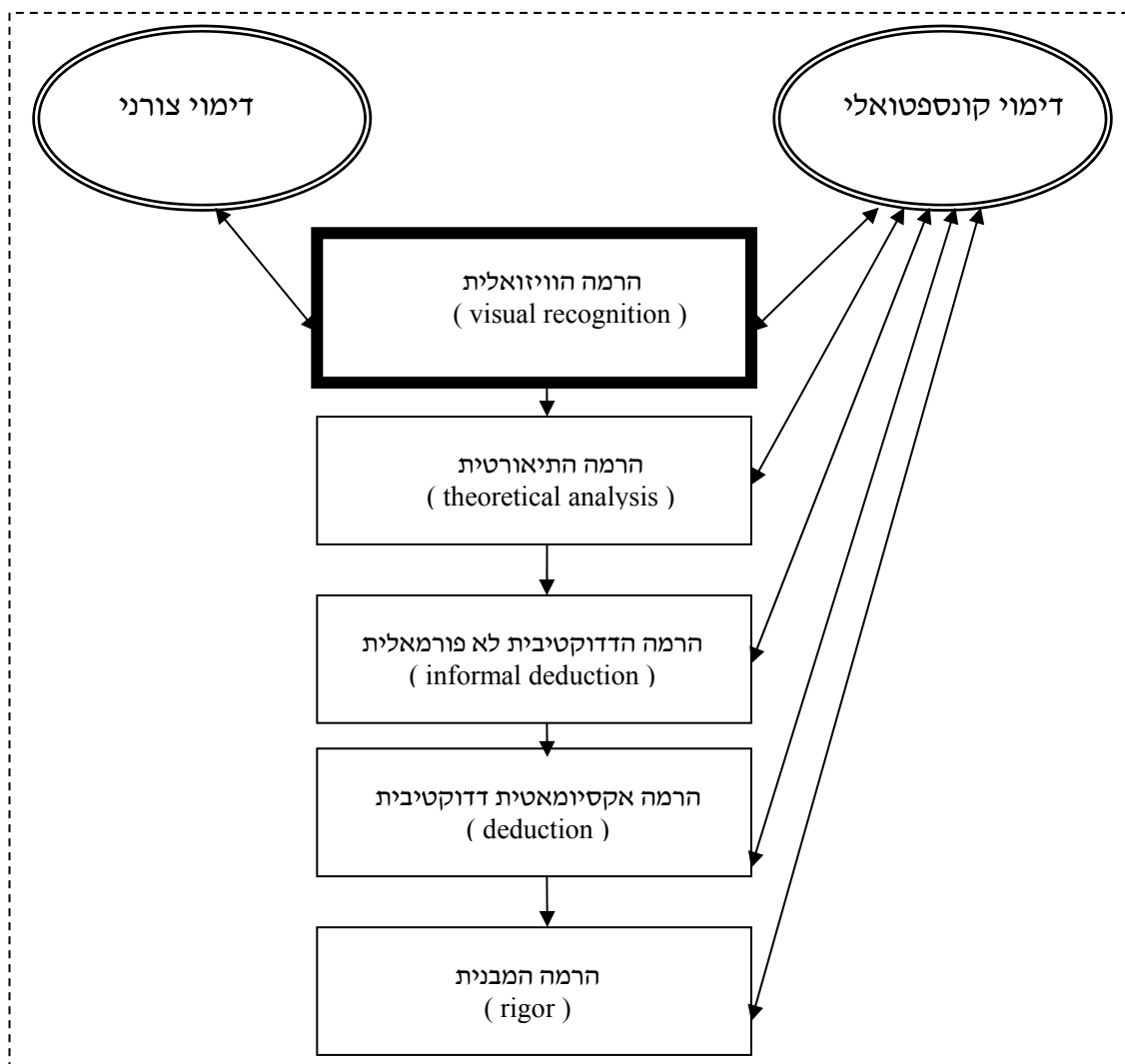
איור 1. קושי ויזואלי – האם הנקודות P , M , N , G נמצאות על ישר אחד?

על מנת להיווכח באופן וודאי לגבי מיקומן של הנקודות G , N , M ו- P חיוני לבצע מניפולציות מנטאליות ולהתבונן בגוף מפרספקטיבה אחרת. רוב הנבדקים הסתמכו על "מראה העיניים" הממקם את הנקודות G , N , M ו- P על ישר אחד, ורק נבדקים מעטים ביותר היו מודעים לכך שהשרטוט עלול להטעות, ביצעו רוטאציה מנטאלית והצליחו לראות בעיני רוחם כי תיתכנה שתי אפשרויות, כמפורט באיור 2.



איור 2. אפשרויות למיקום הנקודות G , N , M ו- P

המסגרת התיאורטית הקיימת לחקר החשיבה הגיאומטרית מדגישה אף היא את מרכזיותה של הוויזואליזציה בחינוך הגיאומטרי, הן במישור והן במרחב. ואן הילה (Van Hiele, 1986) מתאר את התפתחות החשיבה הגיאומטרית כהתקדמות לאורכם של חמישה שלבים הירארכיים, שהראשון בהם קשור בוויזואליזציה. לומדים הנתקלים בקשיים ברמה הוויזואלית ההתחלתית, ומתקשים בוויזואליזציה של מצבים גיאומטריים תלת-ממדיים מתוך שרטוטים דו-ממדיים, יתקשו לבסס ולקדם את החשיבה הגיאומטרית שלהם לרמות גבוהות יותר (Van Hiele, 1986). פישביין (Fischbein, 1993) ומריוטי (Mariotti, 1997) מתייחסים לפן הדואלי של ההמשגה הגיאומטרית ורואים את הגיאומטריה כעוסקת בישויות מנטאליות המערבות בו-זמנית מאפיינים צורניים וקונספטואליים, ומצביעים על הוויזואליזציה כמי שמאפשרת אינטראקציה גמישה ובונה בין שני הייצוגים, כאשר בסימביוזה זו שבין המושג לצורה, הדימוי הצורני הוא שמוכיל לדרכי חשיבה חדשות ואילו ההמשגה היא שמאפשרת בקרה פורמאלית על תהליך החשיבה (Fischbein, 1993). לפי תיאוריה זו, מכשול ברמה הוויזואלית, מקשה על התפתחות הדימוי הקונספטואלי ומביא את הלומד להישען בעיקר על הדימוי הצורני, אשר עלול להיות מטעה. שתי תיאוריות אלו עשויות להשלים זו את זו, כאשר הוויזואליזציה תופסת מקום מרכזי בסינתזה זו. איור 3 מתאר באופן סכמטי כיצד משתלבות התיאוריה ההתפתחותית של ואן הילה (Van Hiele, 1986) עם תיאורית ההמשגה הגיאומטרית הדואלית של פישביין (Fischbein, 1993).



איור 3. הוויזואליזציה כמגשרת בין הייצוג הפורמאלי לבין הייצוג הצורני (Fischbein, 1993), מצד אחד, וכמפתח לרמות חשיבה גבוהות יותר (Van Hiele, 1986), מצד שני

השימוש בכלים ממוחשבים לוויזואליזציה של מצבים גיאומטריים ספציפיים במרחב עשוי לסייע בהסרת מכשולים ויזואליים, ובכך לספק גם ללומד חסר היכולות המרחביות קביים עליהן יוכל לצעוד ולהתקדם אל מעבר לקשיים ולמחסומים בלמידה. ממצאי מחקרים רבים מצביעים בבירור על יעילותם של כלי ויזואליזציה ממוחשבים לקידום ההבנה של מבנים תלת-ממדיים (Alias, Black, 2002; Tuvi-Arad & Gorsky, 2007; Feng, Spence & Pratt, 2007; & Gray, 2002). יחד עם זאת, תהליך הלמידה עצמו והאופן בו לומדים בעלי יכולות מרחביות שונות מתקשרים עם התוכנה הממוחשבת על מנת להגיע להבנה מחייבים מחקר נוסף. לפיכך, מטרת מחקר זה הייתה להתמקד בתהליך הלמידה עצמו, ולבחון את השפעת יכולת הוויזואליזציה המרחבית של הלומד על דרכי הלמידה של גיאומטריה תלת-ממדית תוך שילוב של אפליקציות תלת-ממדיות ממוחשבות, אינטראקטיביות ודינאמיות. אף כי לא היו בידינו השערות ברורות, המבוססות על תיאוריה או על ממצאים אמפיריים קודמים, ציפינו כי לומדים בעלי יכולות מרחביות שונות יעשו שימוש שונה בכלים הממוחשבים. ציפייה זו היא שכיוונה את תצפיותינו הראשוניות.

חקר הדקויות של תופעה מורכבת ונסתרת מן העין כמו למידה במרחב, מחייבת הן בדיקה ראשונית מעמיקה של לומדים אינדיבידואליים לצורך הפקה של ממצאים מקדימים והשערות ראשוניות, והן בחינה ותיקוף של ממצאים מקדימים אלו בקנה מידה נרחב יותר באוכלוסיות גדולות. תיאוריה המעוגנת בשדה מתחילה לרוב במחקרים נטורליסטיים קטנים, שתפקידם לחולל מודלים והשערות

ראשוניים (Glaser & Strauss 1967; Glaser, 1978; Cohen & Manion, 1989; Strauss & Corbin, 1998; Charmaz, 1995). השערות ומודלים אלו הנם ניתנים לבחינה מאוחרת יותר על אוכלוסיות גדולות, תוך שימוש בכלים סטטיסטיים מסורתיים. תיאוריה המעוגנת בשדה מגשרת בין מחקרים שהם בגדר חקר מקרה לבין סקרים בקנה מידה גדול, באופן המאפשר לכלול את התרומה של שניהם באותה תכנית מחקר (Taber, 2000). בהתבסס על כך, תוכנן מחקר איכותני זה, הצועד צעד ראשון, נטורליסטי, ובקנה מידה קטן, לקראת הבנת התהליכים המעורבים בלמידה במרחב באמצעות כלים ממוחשבים לוויזואליזציה. תרומת מחקר זה הן בביסוס תיאורטי של המודעות לקשיים הוויזואליים הייחודיים לגיאומטריה במרחב, והן בהצבעה על האופן בו יכול השימוש בטכנולוגיות קיימות לעזור ללומדים בעלי יכולות מרחביות שונות לגבור על קשיים אלו.

מתודולוגיה

במחקר זה השתתפו 13 תלמידי תיכון אשר סיימו זה מכבר ללמוד, הן גיאומטריה במישור והן גיאומטריה במרחב, ועמדו בהצלחה בבחינות הבגרות במתמטיקה הכוללות נושאים אלו. תלמידים אלו היו חלק מקבוצה של 26 תלמידי 5 יח"ל מתמטיקה בשכבת י"ב, להם הועבר שאלון המבחן המקדים לזיהוי קשיים ומחסומים וויזואליים בגיאומטריה במרחב.

מבחן זה התמקד בקשיים ובמחסומים הוויזואליים הניצבים בפני לומדים בגיאומטריה במרחב בתיכון, תוך הפרדה בין זיהוי גיאומטרי ויזואלי המתאפשר על בסיס אינפורמציה מילולית ועיבודה באמצעות חשיבה אנליטית והסקה לוגית פורמאלית (פריטים מסוג a), לבין זיהוי גיאומטרי ויזואלי המערב חדירה ויזואלית ומניפולציה מנטאלית של האובייקט הגיאומטרי (פריטים מסוג b). ציון גבוה בפריטים מסוג b מצביע על יכולת מרחבית גבוהה, ואילו ציון נמוך בפריטים מסוג b, מעיד על קושי בוויזואליזציה של אובייקטים תלת-ממדיים מתוך שרטוטים דו-ממדיים משוטחים. ציון גבוה בשאלות מסוג a מצביע על המשגה טובה ועל ידע גיאומטרי מבוסס. מהימנות המבחן המקדים נבחנה כמהימנות בין שופטים, כאשר השאלון נימסר לשיפוטם של חמישה מומחים בתחום הוראת המתמטיקה והגיאומטריה במרחב, אשר התבקשו לחוות דעה לגבי המידה בה פריטי השאלון השונים אכן משקפים את רמות החשיבה הגיאומטרית הנדרשות מסיווג פריטי a או b. פריטים אשר לגביהם לא הייתה הסכמה של ארבעה שופטים לפחות הושמטו מן המבחן.

על פי המקובל בשיטות מחקר איכותניות נטורליסטיות, נעשה במחקר שימוש בשיטת השוואה עקבית (Silverman, 2001), במהלכה גובשו ונבחנו השערות התחלתיות בעת עריכת סדרת הראיונות עם התלמידים השונים. השלבים הראשוניים בנייתו המידע עברו מיון ובחינה של הנתונים שהופקו לגבי כל תלמיד במונחים של שאלות המחקר, במטרה לפתח ולאשש השערות טנטטיביות. ככלל, אישוש השערות מערב חיפוש אחר דפוסים בחשיבה ובפעולות של המשתתפים במחקר (Ericsson & Hill & Hannafin, 1997; Simon, 1984). בבואנו לבחון את תהליך הלמידה של גיאומטריה במרחב בסביבה ממוחשבת, הנחתה אותנו הציפייה כי לומדים בעלי יכולות מרחביות שונות יעשו שימוש שונה בכלים הממוחשבים. השוני ביכולות המרחביות של הלומדים בא לידי ביטוי ממשי בתפקודם בפריטי המבחן המקדים לזיהוי קשיים ומחסומים ויזואליים בגיאומטריה במרחב מסוג b, המערבים חדירה ויזואלית ומניפולציה מנטאלית של האובייקט הגיאומטרי התלת-ממדי המיוצג בשרטוט הדו-ממדי. כוונתנו ההתחלתית הייתה לראיין את כל 26 התלמידים שהשתתפו במבחן המקדים, אולם לאחר איסוף נתונים, הן בתצפיות והן ברישום הפעולות שבוצעו, מאחד עשר הראיונות הראשוניים, אשר נקבעו באופן מקרי, נמצא שוני מגמתי בסוג הפעולות ובכמות הפעולות שבוצעו ע"י תלמידים בעלי יכולות מרחביות שונות. מתוך כך, הוזמנו לראיונות שני תלמידים נוספים אשר נמצאו כבעלי תוצאות גבוהות במיוחד בפריטים מסוג b במבחן המקדים. בשלב זה הסתפקנו בממצאים של שלושה עשר הנבדקים, אשר הצביעו על מגמות חוזרות, והפסקנו את סדרת הראיונות. כל אחד מבין שלושה עשר הנבדקים, לקח חלק במפגש אינדיבידואלי "מורה-תלמיד-מחשב", במהלכו עסק בפתרון בעיות שונות בגיאומטריה במרחב בסביבת למידה המשלבת הדמיה תלת-ממדית ממוחשבת אינטראקטיבית ודינאמית (Cabri 3D V2), שמהותו מתואר בטבלה 1. המפגש הוקלט ותועד גם באמצעות שמירה סדרתית של מסכי מחשב אליהם הגיע התלמיד במהלך עבודתו מול המחשב. לאחר כל מפגש נכתב מסמך מסכם, המתייחס לחומרים שתועדו במהלך הראיון. מטרת מפגשים אלו הייתה לחשוף ולתעד את פרטי התהליך הלימודי-קוגניטיבי אותו עברו

הלומדים. המורה המראיין, כחוקר איכותני, שימש צינור עיקרי לאיסוף המידע ולניתוחו. תפקידו היה להתבונן באינטראקציה שבין הלומדים למחשב, ותוך התערבות חיצונית מינימאלית, להעלות שאלות והשערות כלליות, ולתעד עובדות (שקדי, 2003).

טבלה 1. מבנה הראיין האישי

זמן מוקצב	מטרה	מאפיינים	תוכן		
10 דקות	יצירת אווירה ידידותית והפגה של מתחים, תוך רכישת מיומנות עבודה בתוכנת Cabri 3D	על גבי דגם קיים התלמיד למד למדוד קטעים וזוויות, לסובב את הדגם, להעביר קטעים ולצבוע קטעים ומשטחים בדגם.	הדרכה ואימון בתוכנת Cabri 3D	ר א י ו ן מ ו ב נ ה ל מ ח צ ה	
ללא הגבלת זמן. בין שעה ורבע לשעתיים וחצי	לחשוף ולתעד את פרטי התהליך הלימודי-קוגניטיבי אותו עובר הלומד. הנבדק התבקש לבטא בקול רם מחשבות, אינטואיציות, השערות, ונימוקים גיאומטריים העולים תוך כדי העיסוק בפתרון הבעיות. המפגש הוקלט ותועד גם באמצעות שמירה סדרתית של מסכי מחשב אליהם הגיע התלמיד במהלך עבודתו מול המחשב.	הדגמים המתארים את הסיטואציה הגיאומטרית הוכנו מראש באמצעות תוכנת Cabri 3D	פתרון שתי בעיות תלת-ממדיות בהן התקשה התלמיד במבחן המקדים		חלק ראשון
		הדגם המתאר את הסיטואציה הגיאומטרית הוכן מראש באמצעות תוכנת Cabri 3D	פתרון בעיה תלת-ממדית חדשה, אשר לא הופיעה במבחן המקדים		חלק שני
		התלמיד התבקש לבנות את הדגם המתאר את הסיטואציה הגיאומטרית באמצעות תוכנת Cabri 3D. *** מובן כי התלמיד נזקק להנחיה ולעזרה מרובים. החשיבות יוחסה לעצם מעורבותו בתהליך בניית הדגם, מתוך מחשבה לבחון באם מעורבות כזאת תורמת לתהליך הלמידה.	פתרון בעיה תלת-ממדית חדשה, אשר לא הופיעה במבחן המקדים	חלק שלישי	
15 דקות	במטרה לנטרל ככל האפשר את גורם "חוסר הידע הגיאומטרי" ביקשנו להבטיח כי לכל המרואיינים שליטה מלאה בידע הגיאומטרי.	רמת החשיבה בגיאומטריה נבחנה בשני מדדים: 1. הציון הגולמי (באחוזים). 2. השליטה ברמות החשיבה השונות.	לקביעת רמת החשיבה הגיאומטרית *** תורגם לעברית ע"י דורית פטקין (פטקין, 1990).	מבחן Van Hiele	

ממצאים

כל הנבחנים קיבלו ציונים גבוהים מאד בפריטים מסוג a במבחן המקדים (ציונים בטווח 78-100), בהם לקחנו בחשבון מראש כי הלומדים יכלו להיעזר באינטואיציה, בהסקה דדוקטיבית, ובידע פורמאלי קודם (Hadas et al., 2000). באופן התואם תוצאות אלו, נמצאו כל הנבדקים בעלי שליטה בכל ארבע רמות החשיבה הגיאומטרית בסולם Van Hiele (ציונים בטווח 75-95) במבחן Van Hiele. שונות משמעותית נצפתה בתוצאות פריטי המבחן המקדים מסוג b (ציונים בטווח 25-95). פריטים אלו עסקו בסיטואציות גיאומטריות תלת-ממדיות מורכבות יותר, אשר הקשו על חשיבה

אינטואיטיבית ועל הנמקה פורמאלית, ועירבו חדירה ויזואלית ומניפולציה מנטאלית של האובייקט הגיאומטרי התלת-מימדי. לפיכך, קשיי הנבדקים בפריטי המבחן המקדים מסוג b לא נבעו מחוסר ידע פורמאלי בגיאומטריה אלא ממחסומים ויזואליים. סידור תוצאות הפריטים מסוג b במדרג עולה אפשרה להבחין בבירור בדיכוטומיה בין תלמידים אשר ניחנו ביכולת ויזואליזציה מרחבית גבוהה, לבין תלמידים המתקשים בוויזואליזציה של אובייקטים תלת-ממדיים מתוך שרטוטים דו-ממדיים (ראו טבלה 2).

טבלה 2. תוצאות המבחן המקדים ומבחן Van Hiele

סידור הממצאים במדרג עולה מאפשר להבחין בין שתי קבוצות עיקריות מבחינת יכולת הויזואליזציה המרחבית

שם התלמיד	גיא	שני	רועי	דנה	דרור	עידן	ורד	יואב	ניצן	יאיר	ענבר	אלון	אורי
שאלות a	78	98	100	98	99	93	95	98	99	100	98	99	100
שאלות b	25	33	48	52	57	67	67	81	81	81	86	86	95
VH כללי	90	85	80	80	95	85	85	90	75	85	75	95	85

מתוך ציפייה כי לומדים בעלי יכולות מרחביות שונות יעשו שימוש שונה בכלים הממוחשבים, החלטנו למנות את הפעולות שהלומדים ביצעו באמצעות האפליקציה הממוחשבת במהלך הראיונות, ולמייין אותן על פי חמש קטגוריות של פעולות המתאפשרות באמצעות התוכנה: **רוטאציה, מדידה של קטעים, מדידה של זוויות, בניית עזר וצביעה של קטעים ומשטחים**. תרגום מספר הפעולות לאחוזים חשף הבדלים מגמתיים בין תלמידים בעלי יכולת ויזואליזציה גבוהה במרחב ובין תלמידים בעלי יכולת ויזואליזציה נמוכה במרחב, הן במספר הפעולות הכללי והן בסוגי הפעולות שביצעו (ראו טבלה 3).

טבלה 3. סיכום ממצאי המחקר

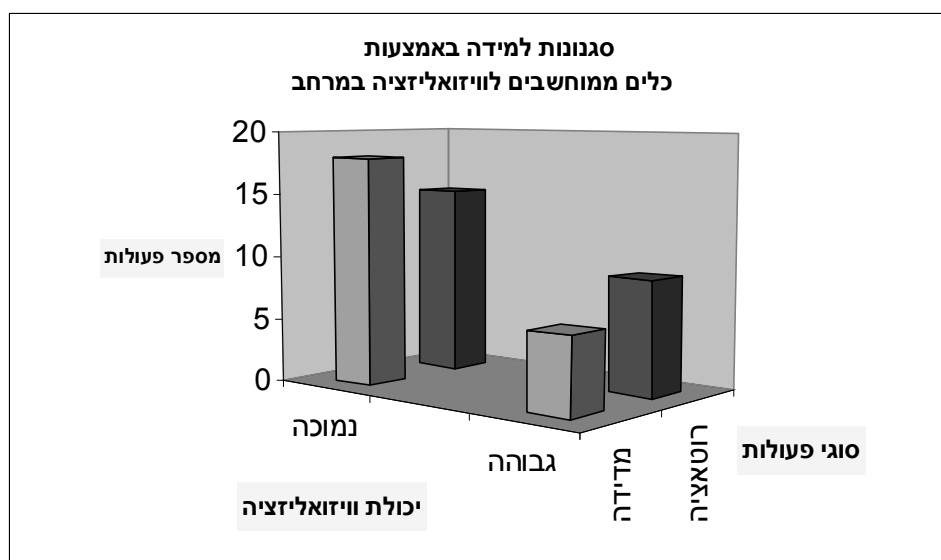
בעלי יכולת ויזואליזציה מרחבית			
גבוהה	נמוכה		
ביצוע מספר נמוך יותר של פעולות מכל הסוגים	ביצוע מספר גבוה יותר של פעולות מכל הסוגים	מספר פעולות כללי	1.
אחוז פעולות מדידה נמוך יותר	אחוז פעולות מדידה גבוה יותר	מספר פעולות מדידה	2.
אחוז פעולות רוטאציה גבוה יותר	אחוז פעולות רוטאציה נמוך יותר	מספר פעולות רוטאציה	3.
אחוז גבוה של פעולות רוטאציה ביחס לאחוז נמוך מאד של פעולות מדידה	אחוז גבוה של פעולות מדידה ביחס לאחוז נמוך יותר של פעולות רוטאציה	מדידה מול רוטאציה	4.
אחוז בניית עזר גבוה יותר	אחוז בניית עזר נמוך יותר	מספר בניית עזר	5.
כמעט ולא ביצעו פעולות של צביעת משטחים או חלקי גופים	כמעט ולא ביצעו פעולות של צביעת משטחים או חלקי גופים	מספר פעולות צביעת משטחים	6.
* מספר הפעולות הכללי שביצעו הנבדקים באמצעות התוכנה פחת באופן משמעותי	* מספר הפעולות הכללי שביצעו הנבדקים באמצעות התוכנה פחת באופן משמעותי	לאחר בניה עצמית מודרכת של דגם	7.

*** כאשר בחנו את ההתפלגות המשותפת של השימוש באופציה למדידת זוויות ושל השימוש באופציה למדידה של קטעים שמנו לב לתופעה מעניינת: אצל תלמידים רבים שתי אופציות המדידה נטו להשלים זו את זו, ולמעשה, תלמידים שהעדיפו אופציית מדידה אחת ועשו בה פעולות רבות יותר, מיעטו, באופן יחסי, לבצע פעולות הקשורות באופציית המדידה האחרת. בסופו של דבר, היות ובשני המקרים מדובר בפעולות של מדידה, החלטנו לאחד את שתי הפעולות הללו ולסכם את מספר פעולות המדידה הכולל של התלמידים המרוויינים.

דיון ומסקנות

מדידה, רוטאציה וכישורי וויזואליזציה במרחב

תהליך הלמידה, באמצעותו מצליח הלומד לגבור על הקשיים האישיים שלו, שונה וייחודי לכל לומד, אף כי התוצאה הנצפית בתום תהליך זה עשויה להיות זהה עבור לומדים שונים. ממצאי המחקר שופכים אור ראשוני על האופן בו משפיעה יכולת הוויזואליזציה המרחבית האינדיבידואלית של הלומד על הדרך בה הוא משתמש בכלים ממוחשבים לוויזואליזציה במרחב על מנת להגיע לתובנות. ממצא מרכזי במחקר זה מתייחס למספר הפעולות הרב שביצעו תלמידים המתקשים לראות במרחב, בהשוואה למספר פעולות מצומצם יחסית שביצעו תלמידים בעלי יכולות מרחביות גבוהות יותר. כמו כן, כאשר נתנו דעתנו לחלק היחסי שמהוות פעולות הרוטאציה והמדידה מתוך כלל הפעולות אותן ביצע הלומד, הסתמן הבדל בסגנון הלמידה, הקשור אף הוא ביכולת הוויזואליזציה המרחבית: **אחוז פעולות המדידה** שביצעו תלמידים המתקשים לראות במרחב היה **גבוהה** בהשוואה לאחוז פעולות המדידה שביצעו תלמידים בעלי יכולות מרחביות גבוהות יותר, ואילו **אחוז פעולות הרוטאציה** שביצעו תלמידים המתקשים לראות במרחב היה **נמוך** בהשוואה לאחוז פעולות הרוטאציה שביצעו תלמידים בעלי יכולות מרחביות גבוהות יותר. מתוך כך, נראה כי תלמידים המתקשים לראות במרחב, אף כי ביצעו גם פעולות רוטאציה רבות, הסתמכו גם על הרבה מאד מדידות, ואילו תלמידים הרואים במרחב, במסגרת הפעולות המצומצמת שביצעו, נטו להסתמך בעיקר על פעולות של רוטאציה ולבצע הרבה פחות מדידות. איור 4 ממחיש את ההבדלים בסגנונות הלמידה באמצעות הכלי הממוחשב בין תלמיד אופייני המתקשה לראות במרחב לבין תלמיד אופייני בעל יכולת וויזואליזציה מרחבית גבוהה.



איור 4. מספר הפעולות וסוג הפעולות שמבצע תלמיד אופייני באמצעות התוכנה משתנה בהתאם ליכולת הוויזואליזציה האינדיבידואלית שלו

הסבר אפשרי באמצעות תיאורית העומס הקוגניטיבי

לפי תיאורית העומס הקוגניטיבי (Sweller, 1988; Sweller, van Merriënboer, & Paas, 1998), למידה היא יעילה יותר כאשר היא מתרחשת תחת תנאים המתאימים למבנה ולגבולות הקוגניציה האנושית, ותוך התייחסות לעומס המוטל על זיכרון העבודה בזמן למידה, חשיבה, פתרון בעיות או המחשה ויזואלית. ציאנדלר וסוולר (Chandler & Sweller, 1991) מבחינים בין שלושה סוגים של עומסים קוגניטיביים: **עומס קוגניטיבי פנימי**, המובנה בכל תבנית למידה, ואינו ניתן לשינוי באמצעות ההוראה; **עומס קוגניטיבי שיד ללומד**, המתבטא במאמץ המנטאלי המוקדש לעיבוד, הבנייה, ארגון ואוטומטיזציה של המידע בתבניות חשיבה; **עומס קוגניטיבי חיצוני**, הנכפה על ידי האופן בו מוצגת האינפורמציה ללומד, ולפיכך ניתן לשליטה באמצעות עיצוב נכון של תהליך ההוראה.

אופן הצגת האינפורמציה ללומד עלולה לעכב למידה, בשל מידת העומס הקוגניטיבי החיצוני המעורב, שהוא לעיתים רב מדי ומיותר (Chandler & Sweller, 1991). הקושי הוויזואלי הכרוך

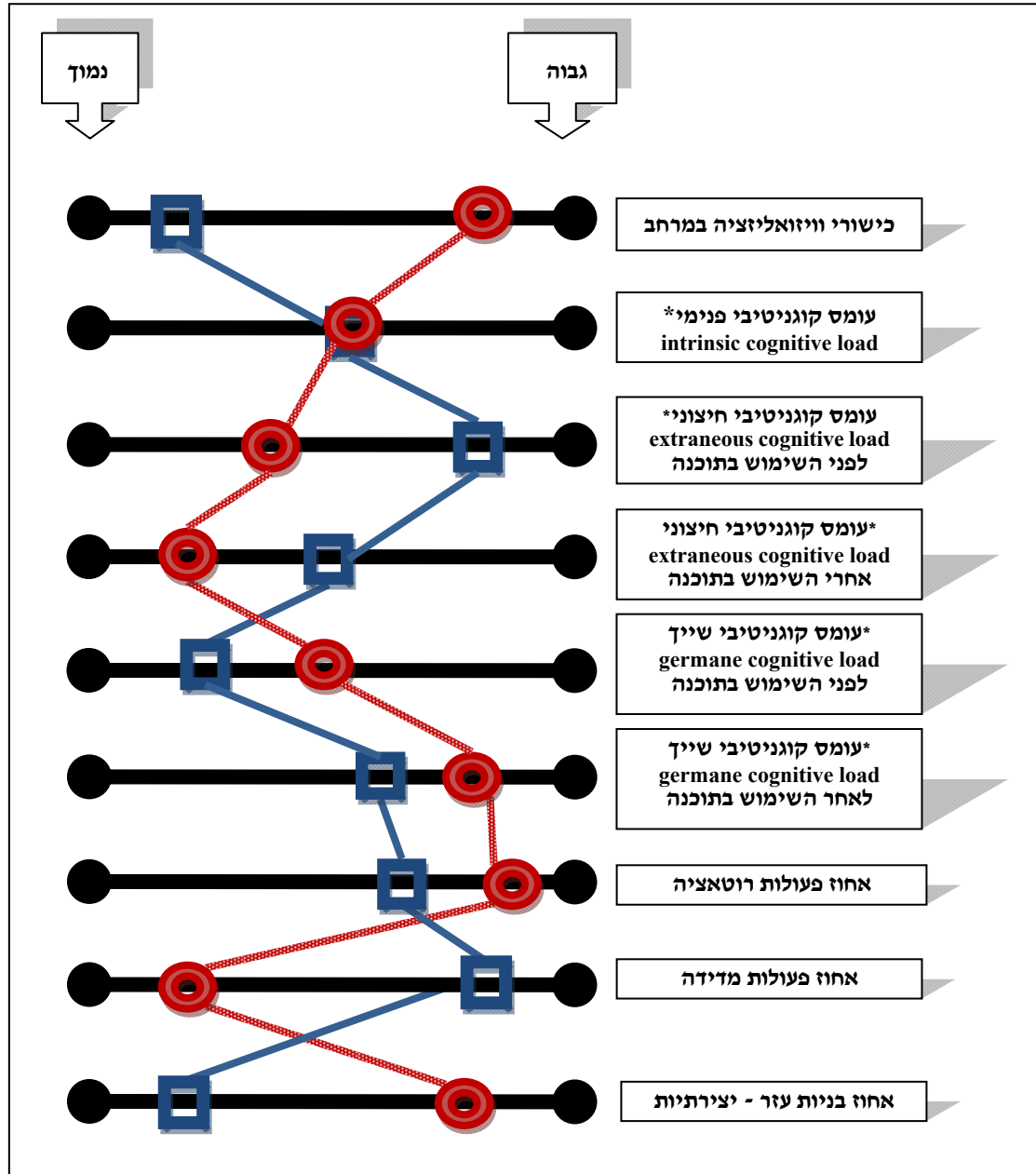
בהצגה של סיטואציה גיאומטרית תלת-ממדית באמצעות שרטוט דו-ממדי, כופה על חלק מהלומדים עומס קוגניטיבי חיצוני מיותר, העלול ליצור מצב של עומס יתר המעכב חשיבה ולמידה. על מנת להגיע ללמידה אופטימאלית, חשוב למזער ולהגביל את העומס הקוגניטיבי החיצוני, הנכפה ע"י אופן הצגת האינפורמציה, ולשאוף להגביר במקום זאת את העומס הקוגניטיבי המוקדש לארגון האינפורמציה במבנים מנטאליים (Pollock, Chandler & Sweller, 2002). דפוס פעולה שיטתי, הכולל סיבוב המלווה במדידות, עשוי להפחית מהעומס הקוגניטיבי החיצוני המיותר, לפנות משאבים מנטאליים לעיבוד ולארגון הידע, ולחשיבה יצירתית כדוגמת זו הבאה לידי ביטוי בבניות עזר (Gravina, 2000), ולהוות אסטרטגיה מועילה בניסיון לגשר על קשיים ומחסומים ויזואליים במרחב באמצעות התוכנה הממוחשבת (ראו טבלה 4).

תלמידים הנתקלים לעיתים תכופות בקשיים ויזואליים, נעזרים פעמים רבות יותר בכלי הממוחשב לויזואליזציה, ומבצעים באמצעותו פעולות רבות, הן של רוטאציה והן של מדידה. דפוס פעולה זה, המתאפיין במספר פעולות מדידה על כל פעולת רוטאציה, עשוי להסביר מדוע בסופו של תהליך הלמידה מצאנו כי אחוז פעולות המדידה שעושה לומד המתקשה לראות במרחב באמצעות התוכנה, נוטה להיות גבוה מאחוז פעולות הרוטאציה. לעומתם, לומדים בעלי ראייה מרחבית מפותחת, המסוגלים לתפעל בעיני רוחם רוטאציה מנטאלית של גופים תלת-ממדיים ולאמוד היטב מרחקים וזוויות (Dror, Kosslyn & Waag, 1993), נוטים להיעזר בתוכנה הממוחשבת לעיתים רחוקות יותר, בעיקר לצורך בדיקה עצמית או קיצור של תהליכים מנטאליים (Tuvi-Arad & Gorsky, 2007).

טבלה 4. השימוש בתוכנה – מזעור העומס הקוגניטיבי החיצוני תוך הגדלת המאמץ המחשבתי המוקדש לעיבוד המידע

מנטאלית	באמצעות התוכנה	
מחייבת מאמץ קוגניטיבי חיצוני רב	פעולה נגישה מאד, אינה מצריכה מאמץ מחשבתי מתבצעת באמצעות הקלקה על העכבר	רוטאציה
מצריכה כישורי ויזואליזציה במרחב	אין צורך בכישורים מיוחדים או במידע מוקדם על מנת לבצע	
ההתבוננות בתוצאה הינה רק "בעיני רוחנו" ולא ממשית	מתאפשרת התבוננות ממשית בתוצאת הרוטאציה והעלאת השערות חדשות	
אומדן של מרחקים וזוויות יכול להתעדכן מנטאלית בלבד	מתאפשרות מדידות ממשיות של קטעים וזוויות	
עומס קוגניטיבי חיצוני רב העלול להפוך לעומס יתר עבור תלמידים המתקשים "לראות" במרחב	מפחית עומס קוגניטיבי חיצוני ומפנה משאבי חשיבה לעיבוד וארגון הידע	
אומדן של מרחקים וזוויות מתבסס ישירות על רמזים ויזואליים וכרוך המאמץ קוגניטיבי חיצוני מזערי	על בסיס הרמזים הוויזואליים הרגילים, מתאפשרת המדידה באמצעות התוכנה, המחייבת אינטואיציה או מידע מקדים לגבי מה למדוד	
אומדן בלבד	מדידה ממשית ומדויקת המגלה תכונות גיאומטריות חדשות	
מחייב הפניית משאבים קוגניטיביים לחשיבה יצירתית	מחייב הפניית משאבים קוגניטיביים לחשיבה יצירתית	בניות עזר
* ממצאי המחקר שערכנו, עולים בקנה אחד עם הרעיון כי למידה המבוססת על בניית מודלים מתרחשת בסביבת למידה קונסטרוקטיבית, המאפשרת למידת חקר והמדגישה הבנה מעמיקה (Schwartz & White, 2005; Papaevripidou, Constanntinou & Zacharia, 2007). נראה כי ההשתתפות הפעילה בתכנון ובבניית הדגם התלת-מימדי הממוחשב אכן יצרה אצל כלל הלומדים הבנה מעמיקה יותר לגבי הסיטואציה הגיאומטרית הנתונה, ובכך תרמה להקלה בעומס הקוגניטיבי המוטל על הלומדים, ולצמצום מספר הפעולות שהיו נחוצות ללומדים כאשר השתמשו בתוכנה הממוחשבת לפתרון בעיה גיאומטרית הקשורה בסיטואציה הגיאומטרית המוכרת זה מכבר. יש בהחלט מקום למחקר עתידי בנושא.		

מכלול הממצאים במחקר זה מוביל למספר השערות ראשוניות, העשויות להוות יחדיו מודל באמצעותו ניתן להתחקות אחר תהליך הלמידה של גיאומטריה במרחב באמצעות כלים ממוחשבים לוויזואליזציה (ראה איור 5). מובן כי כלל הממצאים המקדימים הללו, כמו גם ההשערות הראשוניות שגובשו מתוכם, מחייבים בחינה ותיקוף במחקרים עתידיים נוספים, ובקנה מידה נרחב.



איור 5. תהליך הלמידה באמצעות המחשב – הבדלים הנובעים משוני בכישורי הוויזואליזציה במרחב ובעומסים הקוגניטיביים

* רמות העומס הקוגניטיבי המתוארות במודל הנובע ממחקר התחלתי זה, הן משוערות בלבד, ואף שלא נמדדו ממש, נקבעו על פי התנהגות המילולית והבלתי-מילולית של התלמידים בזמן הראיונות האישיים. מעניין יהיה במחקר עתידי למדוד את העומסים הקוגניטיביים באמצעות מבחנים כמו NASA Task Load Index (Hart & Staveland, 1988) או מבחן הזיכרון של שטרנברג (Sternberg, 1966) ולמפות אותן באופן מדויק יותר על הסקאלה שבמודל המוצע.

למודל הראשוני זה השלכות תיאורטיות לגבי שאלת התועלת שמפיקים לומדים שונים מהלמידה בסביבות ממוחשבות. חשוב לבחון את הרווח שמפיקים לומדים מהשימוש בתוכנה לא רק במימד

ההישגי, שכן במצב בו כלל הלומדים מצליחים להשיג מטרה מסוימת, ברור שאלו שהתחילו מהביצועים הנמוכים ביותר, הם שהפיקו את התועלת המירבית. במחקר זה עלה מימד היצירתיות הגלום בבניות העזר, ועשוי להוות רווח בפני עצמו. כאן מצאנו כי דווקא התלמידים שהתחילו בביצועים הגבוהים ביותר, הם שהפיקו את מירב התועלת. כמו כן, יש בהחלט מקום למחקר עתידי הבוחן את התועלת במונחים של זמן ביצוע.

השלכה תיאורטית נוספת של המודל המוצע נוגעת לביסוס המקום המרכזי שתופסת הוויזואליזציה המרחבית, במסגרת התיאורטית של חקר החשיבה הגיאומטרית. ויזואליזציה מרחבית היא היכולת, התהליך והתוצר של יצירה, שימוש, אינטרפרטציה, וחשיבה רפלקטיבית לגבי מצבים גיאומטריים תלת-ממדיים, בעיני רוחנו, על הנייר או באמצעים טכנולוגיים, במטרה לתאר, להעביר אינפורמציה, לחשוב על ולפתח רעיונות חדשים המקדמים הבנה וידע (Arcavi, 2003). להערכתנו, הגדרה זו, מזקקת ואוגדת בתוכה את תמצית המחקר שנעשה עד כה בתחום, ומדגישה את האופן הכמעט מוחלט בו חולשת הוויזואליזציה על צומת מרכזית בחשיבה ובהבנה האנושית. לפיכך, יש חשיבות רבה לעמוד על קשיים ומחסומים העשויים להפריע למעבר השוטף בצומת זו. המודל המוצע במחקר זה, צומח מתוך הבסיס התיאורטי שמספקות רמות החשיבה הגיאומטרית של ואן הילה (Van Hiele, 1986), ושואף לחזק את המודעות לקשיים הוויזואליים הייחודיים לגיאומטריה במרחב, ולספק הסבר לתהליך הלמידה המתרחש באמצעות כלים ממוחשבים לוויזואליזציה.

מנקודת מבט מעשית, המודל המוצע מעמיד בסימן שאלה את עצם הניסיון לבחון קיומן של רמות חשיבה גיאומטרית ייחודיות למרחב, המקבילות או הנגזרות מרמות החשיבה הגיאומטריות של ואן הילה (Van Hiele, 1986) במישור, באמצעות שאלונים המכילים שרטוטים דו-ממדיים (פטקין ומלאת, 1992; 1999; Gutiérrez).

מקורות

- פטקין, ד' ומלאת, ש' (1999). "ידע עצמי" בהנדסת המרחב של מורים למתמטיקה בבית הספר היסודי. **דפים** 28, 91-107, הוצאת מכון מופ"ת.
- שקדי, א' (2003). **מילים המנסות לגעת, מחקר איכותני – תיאוריה ויישום**. הוצאת רמות – אוניברסיטת תל-אביב.
- Alias, M., Black, T. R., & Gray, D. E. (2002). Effect of instructions on spatial visualization ability in civil engineering students. *International Educational Journal*, 3(1), 1-12.
- Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 215-241.
- Bakó, M. (2003). *Different projecting methods in teaching spatial geometry*. Retrieved from: http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/proceedings/Groups/TG7/TG7_Bako_cerme3.pdf
- Chandler, P. & Sweller, J. (1991). Cognitive load theory and the format of instruction. *Cognition and Instruction*, 8(4), 293-332.
- Charmaz, K. (1995). Grounded theory. In J. A. Smith, R. Harré, and L. V. Langenhove (Eds.), *Rethinking methods in psychology*, 27-48. London: Sage.
- Christou, C., Pittalis, M., Mousoulides, N., & Jones, K. (2005). Developing 3D dynamic Geometry software: Theoretical perspectives on design. In F. Olivero & R. Sutherland, (Eds.), *Visions of Mathematics Education: Embedding Technology in Learning*, 69-77. Bristol, UK: University of Bristol.
- Cohen, L., & Manion, L. (1989). *Research Methods in Education*. (Third ed.). London, England: Routledge
- Dror, I. E., Kosslyn, S. M., & Waag, W. L. (1993). Visual-Spatial Abilities of Pilots. *Journal of Applied Psychology*, 78(5), 763-773.

- Dvora, T. & Dreyfus, T. (2004). Unjustified assumptions based on diagrams in geometry. In M. J. Hoynes & A.D. Fuglestad, (Eds.), *Proceedings of the 28th PME International Conference*, 2, 311-318.
- Ericsson, K., & Simon, H. (1984). *Protocol analysis: Verbal reports as data*. Cambridge, Mass, retrieved from : The MIT Press.
- Feng, J., Spence, I., & Pratt, J. (2007). Playing an action video game reduces gender differences in spatial cognition. *Psychological Science*, 18(10), 850-855.
- Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 24, 139-162.
- Glaser, B. (1978). *Theoretical sensitivity: Advances in the methodology of grounded theory*, California, the Sociology Press.
- Glaser, B., & Strauss, A. (1967). *The discovery of grounded theory: Strategies for qualitative research*, New York: Aldine de Gruyter.
- Gravina, M. A. (2000). The proof in geometry: Essays in a dynamical environment. *International News Letter on the Teaching and Learning of Mathematical Proof, Proceedings of ICME 9*, TSG12, Tokyo.
- Gutiérrez, A. (1992). Exploring the links between Van Hiele levels and 3-dimensional geometry. *Structural Topology*, 18, 31-48.
- Gutiérrez, A. (1996). Visualization in 3-dimensional geometry: In search of a framework. In L. Puig, & A. Gutiérrez (Eds.), *Proceedings of the 20th conference of the international group for the psychology of mathematics education*, 1, 3-19. Valencia: Universidad de Valencia.
- Hadas, H., Hershkowitz, R., & Schwarz, B. (2000). The role of contradiction and uncertainty in promoting the need to prove in dynamic geometry environments. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 127-150.
- Hart, S. G., & Staveland, L. E. (1988). *Development of the NASA-TLX (task load index): Results of empirical and theoretical research*. In P. A. Hancock and N. Meshkati (Eds.), Human mental workload, 139-183 Amsterdam: North-Holland.
- Hershkowitz, R., Parzysz, B., & Van Dormolen, J., (1997). Shape and space. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & C. Laborde (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education* (161-204). Kluwer Academic Publishers.
- Hill, J., & Hannafin, M. (1997). Cognitive strategies and learning from the World-Wide Web. *Educational Technology Research and Development*, 45(4), 37-64.
- Kali, Y., & Orion, N. (1996). Spatial abilities of high-school students in the perception of geologic structures. *Journal of Research in Science Teaching*, 33, 369-391.
- Mariotti, M.A. (1997). Justifying and proving in geometry: the mediation of a microworld. In M. Hejny & J. Novotna (Eds.). *Proceedings of the European Conference on Mathematical Education* (21-26). Prague: Prometheus Publishing House.
- Papaevripidou, M., Constanntinou, C.P., & Zacharia, Z. C. (2007). Modeling complex marine ecosystems: Using stagecast creator to foster fifth graders' development of modeling skills. *Journal of Computer Assisted Learning*, 23(2), 145-157.
- Parzysz, B. (1988). 'Knowing' vs. 'seeing': Problems of the plane representation of space geometry figures. *Educational Studies in Mathematics*, 19, 79-92.
- Pollock, E. Chandler, P. and Sweller, J. (2002). Assimilating complex information. *Learning and Instruction*, 12(1), 61-86.
- Schwarz, C. V., & White, B. Y. (2005). Metamodeling knowledge: Developing students' understanding of scientific modeling. *Cognition and Instruction*, 23, 165-205.
- Senk, S. L. (1989). Van Hiele levels and achievement in writing geometry proofs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(3), 309-321.

- Silverman, D. (2001). *Interpreting qualitative data: Method for analysing talk, text, and interaction*. London, Sage.
- Sternberg, S. (1966). High-speed scanning in human memory. *Science*, 153, 652-654.
- Strauss, A., & Corbin, J. (1998). *Basics of qualitative research: Techniques and procedures for developing grounded theory*, Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Sweller, J. (1988). Cognitive load during problem solving: Effects on learning. *Cognitive Science*, 12, 257-285.
- Sweller, J., van Merriënboer, J. J. G., & Paas, F. (1998). Cognitive architecture and instructional design. *Educational Psychology Review*, 10, 251-296.
- Taber, K. (2000). Case studies and generalizability: Grounded theory and research in science education, *International Journal of Science Education*, 22, 469-487.
- Tuvi-Arad, I., & Gorsky, P. (2007). New visualization tools for learning molecular symmetry: A preliminary evaluation. *Chemistry Education Research and Practice*, 8(1), 61-72.
- Van Hiele, P.M. (1986). *Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education*. Orlando, Florida: Academic Press.
- Yeh, A. & Nason, R. (2004). VR Math: A 3D microworld for learning 3D geometry. In L. Cantoni & C. McLoughlin (Eds.), *Proceedings of World Conference on Educational Multimedia, Hypermedia and Telecommunications 2004*, 2183-2194. Chesapeake, VA: AACE. Retrieved from <http://www.editlib.org/p/12323>